

1. Sistemas Dinámicos

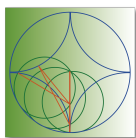
Coordinadores:

- Mariana Saavedra, Departamento de Matemáticas, Universidad de Concepción, Concepción.
- Marco Uribe, Departamento de Matemática y Física Aplicada, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción.

Índice

1. Sistemas Dinámicos	1
About cubic polynomial map with a periodic critical orbit <i>Matthieu Arfeux</i>	3
Equivalencias topológicas locales del atractor geométrico de Lorenz <i>Juan Carmona</i>	4
Continuum-wise distal homeomorphisms <i>Dante Carrasco-Olivera</i>	5
On the \mathcal{KS}-regularization of the Kepler system through symmetry and reduction <i>Francisco Crespo</i>	6
La distancia entre medidas estacionarias <i>Italo Cipriano</i>	8
Dinámica de la Función Gamma <i>Pablo Diaz Araos</i>	9
Valores propios en sistemas de Cantor minimales <i>Alexander Frank</i>	10
Sobre el retrato de fase de sistemas diferenciales cuadráticos tipo Abel <i>Johanna D. García-Saldaña</i>	12
Contractibilidad no uniforme de un sistema diferencial lineal no autónomo <i>Ignacio Huerta Navarro</i>	13
Propiedades de conjuntos de isometrías en espacios Gromov hiperbólicos <i>Eduardo Oregón Reyes</i>	15
Formas normales, estabilidad en sistemas Hamiltonianos periódicos y aplicaciones <i>Yocelyn Pérez Rothen</i>	16
Sobre la Existencia y Estabilidad de Soluciones Periódicas en Sistemas Hamiltonianos con dos grados de Libertad <i>Margarita Quispe Tusco</i>	18
Versión infinitesimal del Problema 16 de Hilbert para sistemas de Liénard <i>Salomón Rebollo-Perdomo</i>	19

Escape de masa y formalismo termodinámico en curvatura negativa	20
<i>Felipe Riquelme</i>	
Ceros de integrales Abelianas completas para un Hamiltoniano polinomial de tipo $(0, 3)$	21
<i>Marco Uribe</i>	



About cubic polynomial map with a periodic critical orbit

*Mathieu Arfeux**

Instituto de Matemáticas

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Valparaíso, Chile

Resumen

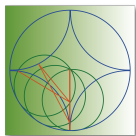
We study the dynamics of cubic polynomials with complex coefficients. We recall the parametrization introduced by John Milnor that makes it a dimension two complex variety. We are interested in the locus where the polynomials have a critical point of some given exact finite period. These are smooth algebraic curves, and John Milnor conjectured that they are irreducible. Jan Kiwi and I propose a proof for this result. I will also present new tools to further understand these curves and construct bridges between different tools in combinatorial holomorphic dynamics.

Trabajo realizado en conjunto con:

Jan Kiwi¹, Facultad de Matemática, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile.

*Parcialmente financiado por Fondecyt iniciación 11170276, e-mail: matthieu.arfeux@pucv.cl

¹Parcialmente financiado por Fondecyt 1160550, e-mail: jkiwi@mat.puc.cl



EQUIVALENCIAS TOPOLÓGICAS LOCALES DEL ATRACTOR GEOMÉTRICO DE LORENZ

Juan Carmona *

*Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad Austral de Chile
Chile.*

Resumen

Guckenheimer y Williams en [2] probaron que el atractor geométrico de Lorenz tiene módulo de estabilidad 2, esto en la topología C^k , es decir, existe una familia de flujos de dos parámetros tal que cualquier perturbación de clase C^k del flujo de este atractor es topológicamente equivalente a un miembro de esta familia. Además dicha conjugación se puede extender a una vecindad del atractor. Robinson en [3] prueba este hecho cuando $k = 2$. Ellos usaron la existencia de una foliación invariante diferenciable de la variedad estable. En esta charla veremos que tal módulo de estabilidad también es válido en la topología C^1 . El principal argumento es la existencia, para todo campo de vectores C^1 cercano al campo que exhibe un atractor geométrico de Lorenz, de una laminación continua e invariante, con la que induce una aplicación unidimensional localmente eventualmente sobre [1] que gobierna la dinámica de las hojas. Esta propiedad es suficiente para determinar las clases de equivalencia y construir una aplicación de equivalencia entre los campos en la misma clase. Además esta equivalencia puede ser extendida en una vecindad de los atractores.

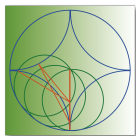
Joint work with: Dante Carrasco-Oliveira (Universidad del Bío-Bío) y Bernardo San Martín (Universidad Católica del Norte)

Referencias

- [1] J. Carmona, D. Carrasco-Oliveira and B. San Martín, *On the C^1 robust transitivity of the geometric Lorenz attractor*. J. Differential Equations 262 (2017) 5928-5938.
- [2] J. Guckenheimer and R. F. Williams. *Structural stability of Lorenz attractors*. Publ. Math. IHES 50 (1979), 59-72.
- [3] C. Robinson, *Differentiability of the stable foliation for the model Lorenz equations*. Dynamical systems and turbulence, Warwick 1980 (Coventry, 1979/1980), Lecture Notes in Math., 898, Springer, Berlin-New York (1981), 302-315.

*

e-mail: jcarmona.math@gmail.com



Continuum-wise distal homeomorphisms

*Carrasco-Olivera, Dante**

Department of Mathematics

University of Bío-Bío

Concepción, Chile

Resumen

The notion of distal homeomorphism is important in topological dynamics. In this paper we incorporate it into the continuum theory [3] through the notion of *continuum-wise distal homeomorphism*. The cw-distal homeomorphisms constitute a class much larger than that of distal homeomorphisms. We study several properties of cw-distal homeomorphisms. Some results concerning distal homeomorphisms will be generalized to the case of cw-distal homeomorphisms. Notions of cw-distality for measures are also introduced and studied. For continuum-wise and distal dynamical systems see also [1, 2].

Joint work with:

C. Morales¹, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil.

Referencias

- [1] KATO, H., *Continuum-wise expansive homeomorphisms*, *Canad. J. Math.* **45**, (1993), 576–598.
- [2] LEE, K., MORALES, C.A., *Distal points for Borel measures*, *Topology Appl.* **221**, (2017), 524–533.
- [3] NADLER, S.B., *Continuum theory. An introduction*. Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics Marcel Dekker, Vol. **158**. Inc., New York, (1929).

*Partially supported by FONDECYT project 1181061, CONICYT (Chile), e-mail: dcarrasc@ubiobio.cl

¹Partially supported by CNPq from Brazil, e-mail: morales@impa.br



On the \mathcal{KS} -regularization of the Kepler system through symmetry and reduction.

*Francisco Crespo**

*Departamento de matemática
 Universidad del Bío-Bío
 Concepción, Chile*

Resumen

The Kustaanheimo-Stiefel transformation, from now on \mathcal{KS} , connects two of the most remarkable systems of classical mechanics. Namely, the 4-D isotropic oscillator and the spatial Kepler systems, which are some of the very rare few examples of maximally superintegrable and are defined by the parametric Hamiltonian functions

$$\mathcal{H}_\omega = \frac{1}{2} \sum_i^4 (p_i^2 + \omega q_i^2), \quad (1)$$

and

$$\mathcal{K}_\mu = \frac{1}{2} |\mathbf{y}|^2 - \frac{\mu}{|\mathbf{x}|} \quad (2)$$

where ω and μ are positive parameters and $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in T^*\mathbb{R}_0^3$. The isotropic oscillator and the bounded Kepler system describe orbits with the same geometry. However, from the dynamical point of view they show significant differences due to the origin displacement from the center to the foci. Precisely, the incompleteness of the Kepler system flow may be the major discrepancy and boosted a number of regularizing efforts. The connection between both systems is not an evident issue and has a long history that goes back to the time of Euler [Euler, 1767], which for the one dimensional Kepler motion already established the connection with the one dimensional harmonic oscillator by introducing a square-root coordinate $q = \sqrt{x}$ and a fictitious time. To mimic the process in the two dimensional case took more than one and a half century, when Levi-Civita [Levi-Civita, 1920] bridged the gap by introducing a conformal map. The final step was carried out by Kustaanheimo and Stiefel in a striking way [Kustaanheimo and Stiefel, 1965], since the spatial Kepler system is linked to the four dimensional oscillator.

In our study we focus on the \mathcal{KS} map hinging on quaternions. This map was obtained by imposing a generalization scheme to the Levi-Civita process and working with matrices. As a result, the generalization of the Levi-Civita to the three dimensional case is not easy and the process ends up with an 4-D system. One of our aims is to review the issue of the extra dimension trying to seed some light on this matter. Specifically, we refer to the bilinear relation appearing in the original definition of this transformation and the key role it performs in the immersion of the 3-D Kepler system in four dimensions. Moreover, we will define a second bilinear relation, named as twin-bilinear, which plays an equivalent role. That is to say, they both are the momentum maps of two S^1 -actions on $T^*\mathbb{H}_0 \equiv T^*\mathbb{C}_0^2 \equiv T^*\mathbb{R}_0^4$. The \mathcal{KS} map is closely related to the named action since it maps S^1 -orbits in $T^*\mathbb{H}_0$ to single points. This S^1 -point association of the \mathcal{KS} map was already evidenced in [?] from a geometrical interpretation point of view in terms of quaternions.

Additionally, we will show how the Projective Euler variables, which are a customized version of the classical Euler angles studied in [Ferrer and Crespo, 2014], provide a straightforward way for reaching the \mathcal{KS} transformation. Precisely, these set of variables provides local coordinates for $T^*\mathbb{H}_0$ that allows for "reading" the angles of the S^1 orbits associated to the mentioned

*Fondecit 11160224, e-mail: fcrespo@ubiobio.cl

actions. The actual oscillator-Kepler connection is carried out by changing to the Projective Euler variables plus a regularization. However, we discuss two possible regularizations here; one of them allows for the mentioned connection. The other one makes the oscillator in these variables separable by splitting it in two 1-DOF subsystems. Moreover, the action-angle variables associated to one of these subsystems (the spherical rotor in the classical Euler angles) provides a new set of variables in which the connection of the 4-D oscillator is now established with the planar Kepler system. This connection is now determined regardless of the value of the bilinear and twin-bilinear momentum map. Thus, our approach made transparent that only when we refer to rectilinear solutions, the bilinear relation defining the \mathcal{KS} transformation is needed.

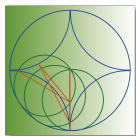
Joint work with:

Sebastián Ferrer¹, Space Dynamic Group, DITEC, Universidad de Murcia, Murcia, España.

Referencias

- [Euler, 1767] Euler, L. (1767). De motu rectilineo trium corporum se mutuo attrahentium. *Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, 11:144–151.
- [Levi-Civita, 1920] Levi-Civita, T. (1920). Sur la régularisation du problème des trois corps. *Acta Mathematica*, 42.
- [Kustaanheimo and Stiefel, 1965] Kustaanheimo, P. and Stiefel, E. (1965). Perturbation theory of Kepler motion based on spinor regularization. *J. Reine Angew. Math.*, 218:204–219.
- [Ferrer and Crespo, 2014] Ferrer, S. and Crespo, F. (2014). Parametric quartic Hamiltonian model. A unified treatment of classic integrable systems. *Journal of Geometric Mechanics*, 6(4):479–502.

¹e-mail: sferrer@um.es



La distancia entre medidas estacionarias

*Italo Cipriano**

Facultad de Matemáticas

Pontificia Universidad Católica de Chile

Santiago, Chile

Resumen

Los sistemas de funciones iteradas fueron introducidos por J. Hutchinson [3] y sirven como modelos de plantas y hojas, y en general, de cualquier objeto cuya geometría presente ramificaciones auto-similares. Son importantes en el área de geometría fractal y en sistemas dinámicos. Además, tienen aplicación práctica en la compresión de imágenes digitales conocida como compresión fractal.

Estos sistemas tienen la particularidad de poseer un único conjunto compacto no vacío invariante, y este conjunto a su vez, es el soporte de la única medida de probabilidad de Borel satisfaciendo cierta condición de auto-similitud. Tal medida se conoce como medida estacionaria.

En [2] se plantea el problema general de determinar la distancia de Wasserstein entre cualquier par de medidas estacionarias. En el mismo trabajo, se obtiene una fórmula explícita para el caso de sistemas de funciones iteradas compuestos de dos contracciones del intervalo unitario con imágenes disjuntas de pendientes positivas iguales. Adicionalmente, se plantea una conjetura para el caso de pendientes distintas y se propone un plan de trabajo futuro que consiste en estudiar los casos de dimensiones mayores, más de dos funciones o que las contracciones no sean disjuntas.

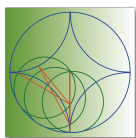
En [4] se demuestra afirmativamente la conjetura para el caso de dos contracciones del intervalo unitario con imágenes disjuntas de pendientes positivas no necesariamente iguales. Las demostraciones utilizan un resultado de la distancia de Wasserstein entre medidas de probabilidad en \mathbb{R} , probado independientemente en [1] y [5].

En el presente trabajo se obtiene una fórmula explícita para el caso de cualquier número de contracciones del intervalo unitario con imágenes disjuntas de pendientes positivas no necesariamente iguales.

Referencias

- [1] G. Dall'Aglio, "Sugli estremi dei momenti delle funzioni di ripartizione doppia." *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci.*, 3 : 1 (1956), 33-74.
- [2] J. Fraser, First and second moments for self-couplings and Wasserstein distances, *Mathematische Nachrichten*, 288 (2015), 2028-2041.
- [3] J. Hutchinson, Fractals and self similarity, *Indiana Univ. Math. J.*, 30 (1981), 713-747.
- [4] M. Pollicott and I. Cipriano, Stationary measures associated to analytic iterated function schemes, to appear in *Mathematische Nachrichten*.
- [5] S.S. Vallander, Calculation of the Wasserstein distance between probability distributions on the line, *Teor. Veroyatnost. i Primenen.*, 18: 4 (1973), 824-827.

*Financiado por Proyecto Anillo ACT172001 PIA 583-17, e-mail: icipriano@gmail.com



Dinámica de la Función Gamma

Pablo Diaz Araos

*Departamento de Matemáticas y Ciencias de la Computación
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile*

Resumen

En este trabajo se estudia la dinámica de la clásica función Gamma. Para ello estableceremos sus puntos fijos para $x > 0$ (con la mejor aproximación posible para uno de ellos); probaremos el carácter de ellos (uno repulsor y el otro atractor). Para finalizar probaremos que la entropía topológica de la función Gamma es infinita para todo su dominio. [2]

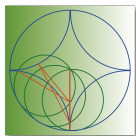
Trabajo realizado en conjunto con:

Rafael Labarca Briones,

Departamento de Matemáticas y Ciencias de la Computación, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.

Referencias

- [1] G. E. ANDREWS, R. ASKEY, R. ROY, *Special Functions*. Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [2] RAFAEL LABARCA, *La entropía topológica, propiedades generales y algunos cálculos en el caso del shift de Milnor-Thurston*, XXIV Escuela Venezolana de matemáticas EMALCA, Venezuela 2011.
- [3] JAMES DUJUNDJI *Topology* Allyn and Bacon. INC., Boston 1966.



Valores propios en sistemas de Cantor minimales

*Alexander Frank**

*Departamento de Matemáticas
Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile*

Resumen

El contexto de este trabajo es el de acciones minimales de \mathbb{Z} sobre un conjunto de Cantor, que son sistemas dinámicos minimales generados por un homeomorfismo $T : X \rightarrow X$, donde X es un (el) conjunto de Cantor, y sobre la caracterización de la ocurrencia de valores propios en estos sistemas.

Los valores propios indican que el sistema dinámico se comporta como una rotación, y la ausencia de valores propios no triviales caracteriza a los sistemas débilmente mezcladores. Históricamente, el estudio de valores propios en sistemas de Cantor minimales se inició con los trabajos de Dekking [Dek78] y Host [Hos86] en sistemas sustitutivos, que son una clase de subshifts minimales (ver también [Que10]). Más adelante, caracterizaciones del mismo estilo se pudieron encontrar para clases más grandes de sistemas minimales de Cantor gracias al uso de representaciones de Bratteli-Vershik. Es así como aparecieron caracterizaciones para los llamados sistemas linealmente recurrentes ([CDHM03], [BDM05]) y sistemas de Toeplitz ([DFM15]).

En este trabajo se presenta una caracterización para la ocurrencia de valores propios en sistemas minimales de Cantor en el caso de que la función propia asociada sea continua. Esta caracterización se relaciona fuertemente con la representación de Bratteli-Vershik del sistema. En el caso de que la representación sea de *rango finito*, existe una caracterización para la ocurrencia de valores propios independiente del carácter de la función propia asociada ([DFM17]).

Existen relaciones entre los valores propios de un sistema de Cantor minimal y las llamadas clases de equivalencias orbitales topológicas del sistema ([GPS95], [Orm97], [CDP16]), y mucho terreno por explorar en este contexto. Con las caracterizaciones que se presentan en este trabajo, a modo de aplicación, se puede ahondar en esta relación entre valores propios y equivalencia orbital topológica.

Trabajo realizado en conjunto con:

Fabien Durand¹, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne, Amiens, France.

Alejandro Maass², CMM, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

Referencias

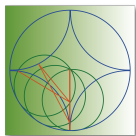
- [BDM05] X. Bressaud, F. Durand, and A. Maass, *Necessary and sufficient conditions to be an eigenvalue for linearly recurrent dynamical Cantor systems*, J. Lond. Math. Soc. **72** (2005), 799–816.
- [BDM10] X. Bressaud, F. Durand, and A. Maass, *On the eigenvalues of finite rank Bratteli–Vershik dynamical systems*, Ergodic Theory Dynam. Systems **30** (2010), 639–664.
- [CDHM03] M. I. Cortez, F. Durand, B. Host, and A. Maass, *Continuous and measurable eigenfunctions of linearly recurrent dynamical Cantor systems*, J. Lond. Math. Soc. **67** (2003), 790–804.

*Parcialmente financiado por Mecesup UCH 0607, Basal-CMM PFB-03 y FONDECYT Postdoc. e-mail: leberecht@gmail.com

¹Parcialmente financiado por ANR y MathAmSud, e-mail: fabien.durand@u-picardie.fr

²Parcialmente financiado por programa Basal-CMM PFB-03, e-mail: amaass@dim.uchile.cl

- [CDP16] M. I. Cortez, F. Durand, and S. Petite, *Eigenvalues and strong orbit equivalence*, Ergodic Theory Dynam. Systems **36** (2016), 2419–2440.
- [Dek78] F. M. Dekking, *The spectrum of dynamical systems arising from substitutions of constant length*, Z. Wahrscheinlichkeitstheorie Verw. Gebiete **41** (1978), 221–239.
- [DFM15] F. Durand, A. Frank, and A. Maass, *Eigenvalues of toeplitz minimal systems of finite topological rank*, Ergodic Theory Dynam. Systems **35** (2015), 2499–2528.
- [DFM17] F. Durand, A. Frank, and A. Maass, *Eigenvalues of minimal Cantor systems*, J. Eur. Math. Soc., manuscript in-press.
- [GPS95] T. Giordano, I. Putnam, and C. Skau, *Topological orbit equivalence and C^* -crossed products*, J. Reine Angew. Math. **469** (1995), 51–111.
- [Hos86] B. Host, *Valeurs propres des systèmes dynamiques définis par des substitutions de longueur variable*, Ergodic Theory Dynam. Systems **6** (1986), 529–540.
- [Orm97] N. S. Ormes, *Strong orbit realization for minimal homeomorphisms*, J. Anal. Math. **71** (1997), 103–133.
- [Que10] M. Queffélec, *Substitution Dynamical Systems - Spectral Analysis, 2da ed.* Springer Heidelberg Berlin (Lecture Notes in Mathematics, vol. 1294), (2010), 351p.



Sobre el retrato de fase de sistemas diferenciales cuadráticos tipo Abel

*Johanna D. García-Saldaña**

*Departamento de Matemática y Física Aplicadas
Universidad Católica de la Santísima Concepción
Concepción, Chile*

Resumen

En esta charla hablaremos de los retratos de fase globales, en el disco de Poincaré, de las ecuaciones diferenciales cuadráticas de Abel de segundo tipo que tienen una simetría con respecto a un eje o al origen. Además, proporcionamos los diagramas de bifurcación para estos retratos de fase [4].

Trabajo realizado en conjunto con:

Antoni Ferragut¹, Departament de Matemàtiques and IMAC; Universitat Jaume I, Castelló de la Plana, Spain.

Claudia Valls², Departamento de Matemática, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

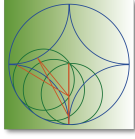
Referencias

- [1] L. CAIRÓ AND J. LLIBRE, *Phase portraits of quadratic polynomial vector fields having a rational first integral of degree 2*, *Nonlinear Anal., Ser. A: Theory Methods* 67 (2007), 327–348.
- [2] J. CHAVARRIGA, H. GIACOMINI, J. GINÉ AND J. LLIBRE, *On the integrability of two-dimensional flows*, *J. Differential Equations* 157 (1999), 163–182.
- [3] A. FERRAGUT AND C. VALLS, *Phase portraits of Abel quadratic differential systems of second kind*, *Dyn. Syst.* (2017).
- [4] A. FERRAGUT, J.D. GARCÍA-SALDAÑA AND C. VALLS, *Phase portraits of Abel quadratic differential systems of second kind with symmetries*, preprint (2018).

*Parcialmente financiado por FONDECYT 11171115/2017, e-mail: jgarcias@ucsc.cl

¹Parcialmente financiado por MINECO MTM2016-77278-P y MTM2013-40998-P y por la Universitat Jaume I P1-1B2015-16, e-mail: ferragut@uji.es

²Parcialmente financiado por Portuguese National Funds through FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia within the project PTDC/MAT/117106/2010 and by CAMGSD., e-mail: cvalls@math.ist.utl.pt



Contractibilidad no uniforme de un sistema diferencial lineal no autónomo.

*Ignacio Huerta Navarro**

*Departamento de Matemáticas y Ciencias de la Computación
 Universidad de Santiago de Chile
 Santiago, Chile*

Resumen

En esta charla mostraremos como un sistema de ecuaciones diferenciales no autónomas

$$\dot{x} = A(t)x \quad (1)$$

donde $A : \mathbb{R} \rightarrow M_n(\mathbb{R})$, es no uniformemente contraído al espectro de la dicotomía exponencial no uniforme (también llamado espectro no uniforme) cuando el sistema (1) admite dicotomía exponencial no uniforme.

En primer lugar, decimos que el sistema (1) es no uniformemente contraído a un compacto E (ver [2]) si para cualquier $\delta > 0$ y $\varepsilon \geq 0$, existen constantes $K_{\delta,\varepsilon} \geq 1$, n funciones escalares continuas $C_1(t), \dots, C_n(t)$ y matriz $B(t)$ continua de $n \times n$ tal que

$$C_i(t) \in E, \quad \|B(t)\| \leq \delta K_{\delta,\varepsilon} \quad (t \in \mathbb{R}_0^+, i = 1, \dots, n),$$

y el sistema (1) es no uniforme cinemáticamente similar a

$$\dot{y} = C(t)y + B(t)y,$$

donde $C(t) = \text{diag}(C_1(t), \dots, C_n(t))$.

Por otra parte, decimos que el sistema (1) admite **dicotomía exponencial no uniforme** (ver [1]) sobre un intervalo $J \subseteq \mathbb{R}$ si existe un proyector $P(t)$ invariante para todo $t, s \in J$, constantes $K \geq 1$, $a < 0 < b$ y $\varepsilon \geq 0$ tales que

$$\begin{aligned} \|\Phi(t, s)P(s)\| &\leq K e^{a(t-s)+\varepsilon|s|}, \quad t \geq s, \quad t, s \in J, \\ \|\Phi(t, s)(I - P(s))\| &\leq K e^{-b(s-t)+\varepsilon|s|}, \quad t \leq s, \quad t, s \in J. \end{aligned}$$

Asociada a la dicotomía exponencial no uniforme tenemos su espectro $\Sigma(A)$ el cual es definido como $\Sigma(A) = \{\gamma \in \mathbb{R} \mid \dot{x} = (A(t) - \gamma I)x \text{ no admite dic. exp. no uniforme}\}$, y que bajo ciertas hipótesis sobre el operador de evolución, se puede escribir como unión finita de intervalos compactos, generalizando en cierto modo el espectro de los autovalores cuando $A(t) = A$.

Finalmente, siguiendo el trabajo de F. Lin [3] mostraremos como $\Sigma(A)$ es nuestro candidato a compacto que satisface esta propiedad cuando el sistema (1) admite dicotomía exponencial no uniforme.

Trabajo realizado en conjunto con:

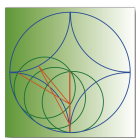
Álvaro Castañeda¹, Departamento de Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile

*Parcialmente financiado por Beca Conicyt, e-mail: ignacio.huerta@usach.cl

¹Parcialmente financiado por Proyecto Fondecyt 1170968 e-mail: castaneda@uchile.com

Referencias

- [1] L. BARREIRA, C. VALLS, *Smoothness of invariant manifolds for nonautonomous equations*. Commun. Math. Phys. **59**, (2005), 639-677.
- [2] A. CASTAÑEDA, I. HUERTA, *Nonuniform Almost Reducibility of Nonautonomous Linear Differential Equations*. Preprint arXiv:1712.04917.
- [3] F. LIN, *Spectrum and contractible set of linear differential systems*. Chinese Journal of Contemporary Mathematics. **11**, (1990), 425–450 (Chinese).



Propiedades de conjuntos de isometrías en espacios Gromov hiperbólicos

*Eduardo Oregón Reyes**
Facultad de Matemáticas
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile

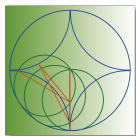
Resumen

En esta charla discutiremos una desigualdad sobre isometrías en un espacio Gromov hiperbólico, que no requiere que el espacio sea propio o geodésico. Esta tratará sobre el desplazamiento estable generalizado, una versión hiperbólica del radio espectral generalizado (o joint spectral radius), mostrándonos que los conjuntos de isometrías se comportan como conjuntos de matrices reales de 2×2 . Además discutiremos consecuencias de la desigualdad, como la continuidad del desplazamiento estable generalizado y un análogo al teorema de Berger-Wang.

Referencias

- [1] BOCHI, JAIRO, Inequalities for numerical invariants of sets of matrices, *Linear Algebra and its Applications*, **368**, (2003). 71-81.
- [2] OREGÓN-REYES, EDUARDO, Properties of sets of isometries of Gromov hyperbolic spaces. <https://arxiv.org/abs/1606.01575>, preprint, (2016).

*Parcialmente financiado por Beca CONICYT 22172003



FORMAS NORMALES, ESTABILIDAD EN SISTEMAS HAMILTONIANOS PERIÓDICOS Y APLICACIONES

*Yocelyn Pérez Rothen**
Departamento de Matemática
Universidad del Bío-Bío
Concepción, Chile

Resumen

Consideramos una función Hamiltoniana cuadrática en \mathbb{R}^{2n} que depende periódicamente del tiempo t , de un pequeño parámetro perturbador ϵ y de uno o varios parámetros, de la forma

$$H(z, t, \mu, \epsilon) = H_0(z, \mu) + \epsilon H_1(z, t, \mu) + \epsilon^2 H_2(z, t, \mu) + \dots, \quad (1)$$

donde H_j , $j \geq 0$ son formas cuadráticas en $z \in \mathbb{R}^{2n}$ que dependen de un parámetro μ , H_0 posee coeficientes constantes y asumiremos que H_j , $j \geq 1$ posee coeficientes T -periódicos en t .

Nuestro estudio consiste en analizar las condiciones que garantizan la estabilidad paramétrica. Más precisamente, describiremos las curvas o superficies de resonancia paramétrica. Nos concentramos principalmente en $n = 1$, $n = 2$ y $n = 3$. Por último, los resultados obtenidos son aplicados al problema restringido elíptico cargado de tres cuerpos.

Trabajo realizado en conjunto con:

Claudio Vidal¹, Departamento de matemática
Universidad del Bío-Bío
Concepción, Chile.

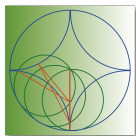
Referencias

- [1] A. Markeev. *Linear Hamiltonian Systems and some applications to the problem of stability of motion of satellites relative to the center of mass*. Moscow, Izhevsk, 2009.
- [2] A. Markeev. On multiple resonance in linear Hamiltonian systems. *Dokl. RAN.*, 402:339-343, 2005.
- [3] A. Markeev. On multiple parametric resonance in Hamiltonian systems. *Prikl. Mat. Mekh.*, 70:200-220, 2006.
- [4] A. Markeev. On one Spacial Case of Parametric Resonance in Problems of Celestial Mechanics. *Astronomy Letters* , 31:388-394, 2005.
- [5] A. Markeev. *Librations Points in Celestial Mechanics and Astrodynamics*. Moscow, Nauka, 1978.

*e-mail: yperez@ubiobio.cl

¹e-mail: clvidal@ubiobio.cl

- [6] K. Meyer, G. Hall y D. Offin. *Introduction to Hamiltonian Dynamical Systems and the N-Body Problem*. Springer, New York, 2009.
- [7] C. Vidal y J. Vidarte. Stability of the equilibrium solution in a charged restricted circular three-body problem. *J Diff. Equat.*, 260:5128-5173, 2016.
- [8] V. Yakubovich y V.M. Starzhinskii. *Linear differential equations with periodic coefficients and their applications*. Moscow, Nauka, 1972.



Sobre la Existencia y Estabilidad de Soluciones Periódicas en Sistemas Hamiltonianos con dos grados de Libertad

Margarita Quispe Tusco *

*Departamento de Matemática y Física Aplicadas
Universidad Católica de la Santísima Concepción
Concepción, Chile*

Resumen

Consideramos una función polinomial Hamiltoniano H de grado seis de la forma

$$H = \frac{1}{2} (p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2} (x^2 + y^2) + V_5(x, y) + V_6(x, y),$$

donde $V_5(x, y)$ y $V_6(x, y)$ son polinomios homogéneos de grado cinco y seis, respectivamente. El objetivo principal es estudiar analíticamente la existencia y estabilidad de soluciones periódicas en los diferentes niveles de energía positivo $H = h > 0$ del sistema Hamiltoniano asociado al polinomio H usando teoría del Promedio.

Trabajo realizado en conjunto a:

Marco Uribe¹,

Departamento de Matemática y Física Aplicadas,
Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] CARRASCO, D., URIBE M., VIDAL C., *Periodic orbits associated to Hamiltonian functions of degree four*, Journal of Nonlinear Mathematical Physics, Vol. 21, No. 3 (September 2014), 336-356.
- [2] CASTRO ORTEGA, A., *Periodic orbits of mechanical systems with homogeneous polynomial terms of degree five*, Astrophys Space Sci (2015) 361-26.
- [3] JIMÉNEZ LARA, LLIBRE, J., *Periodic orbits and non integrability of Henon-Heiles systems*, Phys. A, vol. 44, 205103 (14pp), 2011.
- [4] SANDERS, J., VERHULT, F. *Averaging method in nonlinear dynamical systems* Applied Mathematical Sciences 59 1985, Springer.

*e-mail: mquispe@magister.ucsc.cl

¹e-mail: muribe@ucsc.cl



Versión infinitesimal del Problema 16 de Hilbert para sistemas de Liénard.

*Salomón Rebollo-Perdomo**
Departamento de Matemática
Universidad del Bío-Bío
Concepción, Chile.

Resumen

Consideraremos una clase especial de perturbaciones polinomiales del oscilador armónico. Los sistemas perturbados que resultan son sistemas de Liénard generalizados. Probaremos que existe un subconjunto genérico (abierto y denso) en el espacio de perturbaciones de grado $2l$, con $l \geq 1$, tal que cada sistema perturbado asociado tiene a lo más $2l - 1$ ciclos de límite medios. Además, mostraremos que dicha cota es óptima.

Trabajo realizado en conjunto con:

Vanessa Salas Mendoza¹,
Departamento de Matemática
Universidad del Bío-Bío
Concepción, Chile.

Referencias

- [1] REBOLLO-PERDOMO, S., *Medium amplitude limit cycles of some classes of generalized Liénard systems*, , Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg. **25** (10) (2015) 1550128, 8.
- [2] ILIEV, I. D., *The number of limit cycles due to polynomial perturbations of the harmonic oscillator*, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. **127** (2) (1999) 317–322.

*Parcialmente financiado por DIUBB-1672082/R , e-mail: srebollo@ubiobio.cl

¹e-mail: vsalas@ubiobio.cl



Escape de masa y formalismo termodinámico en curvatura negativa

*Felipe Riquelme**

Instituto de Matemáticas

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Valparaíso, Chile

Resumen

En esta charla el objeto principal de estudio será la dinámica del flujo geodésico en variedades Riemannianas no compactas a curvaturas seccionales negativas. Nuestro primer enfoque será estudiar la convergencia de medidas invariantes de probabilidad respecto a la topología débil*. Dado que la variedad la supondremos no compacta, en principio no hay razones que aseguren que los límites de tales medidas sean de probabilidad. Este fenómeno se conoce como el fenómeno de *escape de masa*. Mostraremos que en variedades geoméricamente finitas, las medidas que tienen entropía suficientemente grande no pueden perder toda la masa en el límite. Más aún, es justamente la geometría de las vecindades del infinito la que permite estimar la proporción de masa perdida. Como caso particular, veremos que con la topología débil la entropía es semi-continua superior.

Un segundo enfoque de esta charla será la del formalismo termodinámico. Considerando un potencial Hölder-regular F que se anule en el infinito, estudiaremos la función presión topológica $t \mapsto P(tF)$. Mostraremos que dicha función es constante hasta que se convierte en estrictamente creciente. En dicho intervalo de monotonía estricta la función es C^1 y el potencial tF admite una única medida de equilibrio μ_t . Finalmente, estudiaremos el comportamiento asintótico en $t = \pm\infty$ de la función entropía $t \mapsto h(\mu_t)$.

Como consecuencia directa de este estudio, describiremos al conjunto de entropías del flujo geodésico respecto a las medidas de probabilidad ergódicas.

Trabajo realizado en conjunto con:

Anibal Velozo¹, Department of Mathematics, Princeton University, Princeton, USA.

Referencias

- [DOP] Dal'Bo, F., Otal, J.-P. and Peigné, M. *Séries de Poincaré des groupes géométriquement finis* Israel J. Math **118** (2000) 109–124.
- [PPS] F. Paulin, and M. Pollicott, and B. Schapira *Equilibrium states in negative curvature*, Astérisque **373** (2015).
- [RV] F. Riquelme, and A. Velozo *Escape of mass and entropy for geodesic flows*, To appear in Erg. Th. & Dyn. Syst. J.

*Parcialmente financiado por FONDECYT POSTDOCTORADO 3170049, e-mail: felipe.riquelme@pucv.cl

¹e-mail: avelozo@math.princeton.edu



Ceros de integrales Abelianas completas para un Hamiltoniano polinomial de tipo $(0, 3)$

*Marco Uribe S.**

*Departamento de Matemática y Física Aplicadas
Universidad Católica de la Santísima Concepción
Concepción, Chile*

Resumen

En esta charla se estimará el número máximo de ceros aislados $Z(n)$ de una integral Abeliana completa asociada al polinomio $H = y(x^2y - 1)$ y a 1-formas polinomiales complejas ω de grado n . El polinomio H es de tipo $(0, 3)$ es decir, su fibra genérica es biholomorfa a la esfera de Riemann menos tres puntos. En este caso se observa que la monodromía de H es no trivial.

Trabajo realizado en conjunto con:

Salomón Rebollo-Perdomo¹,

Departamento de Matemática; Universidad del Bío-Bío, Chile.

Referencias

- [1] **Broughton, S. A.** On the topology of polynomial hypersurfaces. *Singularities*, Part 1 (Arcata, Calif., 1981), 167–178, Proc. Sympos. Pure Math., 40, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (1983).
- [2] **Gavrilov L. and Iliev I. D.** The displacement map associated to polynomial unfoldings of planar Hamiltonian vector fields. *Amer. J. Math.* **127** (6) (2005) 1153-1190.
- [3] **Rebollo-Perdomo S.** Complete Abelian integrals for polynomials whose generic fiber is biholomorphic to \mathbb{C}^* . *J. Math. Anal. Appl.* 394 (2012) 562–570.
- [4] **Rebollo-Perdomo S. and Uribe M.** Zeros of complete Abelian integrals for a polynomial Hamiltonian with non trivial monodromy. *Preprint* (2018).
- [5] **Uribe M.** Principal Poincaré Pontryagin function associated to polynomial perturbations of a product of $(d + 1)$ straight lines. *J. of Differential Equations.* 246 (2009) 1313–1341.

*Parcialmente financiado por proyecto DINREG-UCSC 01/2017, e-mail: muribe@ucsc.cl

¹e-mail: srebollo@ubiobio.cl